

Out- og insourcing af CAS i matematik- undervisningen

Matematikdidaktikkens
Dag

Niels Grønbæk
Institut for Matematiske Fag
3. marts 2017

UNIVERSITY OF COPENHAGEN



OVERSIGT

IT situationen

Out-og insourcede prakseologier

- Den teoretiske ramme, ATD
- Den virksomhedsøkonomiske metafor

Hvad gør lærerne, og hvordan begrunder de det?

IT situationen

OECD (2015). Students, Computers and Learning Making the Connection.

Udbytte står ikke mål med investering

...The results also show no appreciable improvements in student achievement in reading, mathematics or science in the countries that had invested heavily in ICT for education ...

Den personlige kontakt mellem lærer og studerende er vigtig

... One interpretation of all this is that building deep, conceptual understanding and higher-order thinking requires intensive teacher-student interactions, and technology sometimes distracts from this valuable human engagement ...

Teknologi og undervisning skal passe sammen

... Another interpretation is that we have not yet become good enough at the kind of pedagogies that make the most of technology; that adding 21st-century technologies to 20th-century teaching practices will just dilute the effectiveness of teaching ...

Mogensen et al. (2017). CAS i folkeskolens matematikundervisning

Kompetencer	4.-6. klasse 49 items
Ræsonnement og tankegang	Opgave 1-2 2 items
Problembehandling	Opgave 3, 9, 13-16 17 items
Hjælpemiddel	Opgave 4-7 16 items
Repræsentation og symbolbehandling	Opgave 8, 10-12, 20 5 items
Kommunikation	Opgave 17- 19 9 items

Opgave 8

Du har tre æbler og fire poser med fem æbler i hver pose.

Hvilken udregning passer til tegningen?

$(3 + 4) \cdot 5$

$3 + (4 \cdot 5)$

$4 + (3 \cdot 5)$

$(5 + 3) \cdot 4$

Opgave 9

Find det rigtige svar

$3 + 4^2 \cdot 5 =$

95 83 403 128

Figur 2. Opgaveeksempel fra prætest (4.-6. klassetrin). Hvert item blev tilknyttet en eller flere af de udvalgte kompetencer.

Forskningsdesignet skulle undersøge ligheder og forskelle i løsninger og løsningsstrategier for de elever der brugte CAS-værktøjer, og de elever der arbejdede uden, men i artiklen her rapporteres alene på baggrund af en opsummeret opgørelse af elevernes besvarelser målt som antal rigtige itembesvarelser.

Drijvers (2015). Digital Technology ...: Why It Works (Or Doesn't)

Analyse af 6 cases fra toneangivende didaktisk forskning

... the integration of technology in mathematics education is a subtle question, and that success and failure occur at levels of learning, teaching and research. In spite of this complexity, three factors emerge as decisive and crucial:

- *the design,*
- *the role of the teacher,*
- *the educational context.*

Weigand (2013). Looking back and ahead, ... digital technologies in the next decade.

10 teser om den fremtidige udvikling ud fra erfaringer med M^3 projektet i Bayern.

*Thesis I: We - the experts and supporters of the use of DT in classrooms - underestimated the difficulties of DT usage in a technical sense and in relation to the contents and we have not been **able to convince** teachers, lecturers at university and parents of the benefit of DT in the classrooms.*

...

*Thesis X: We **need visions** regarding the integration of DT into the (mathematics) classroom.*

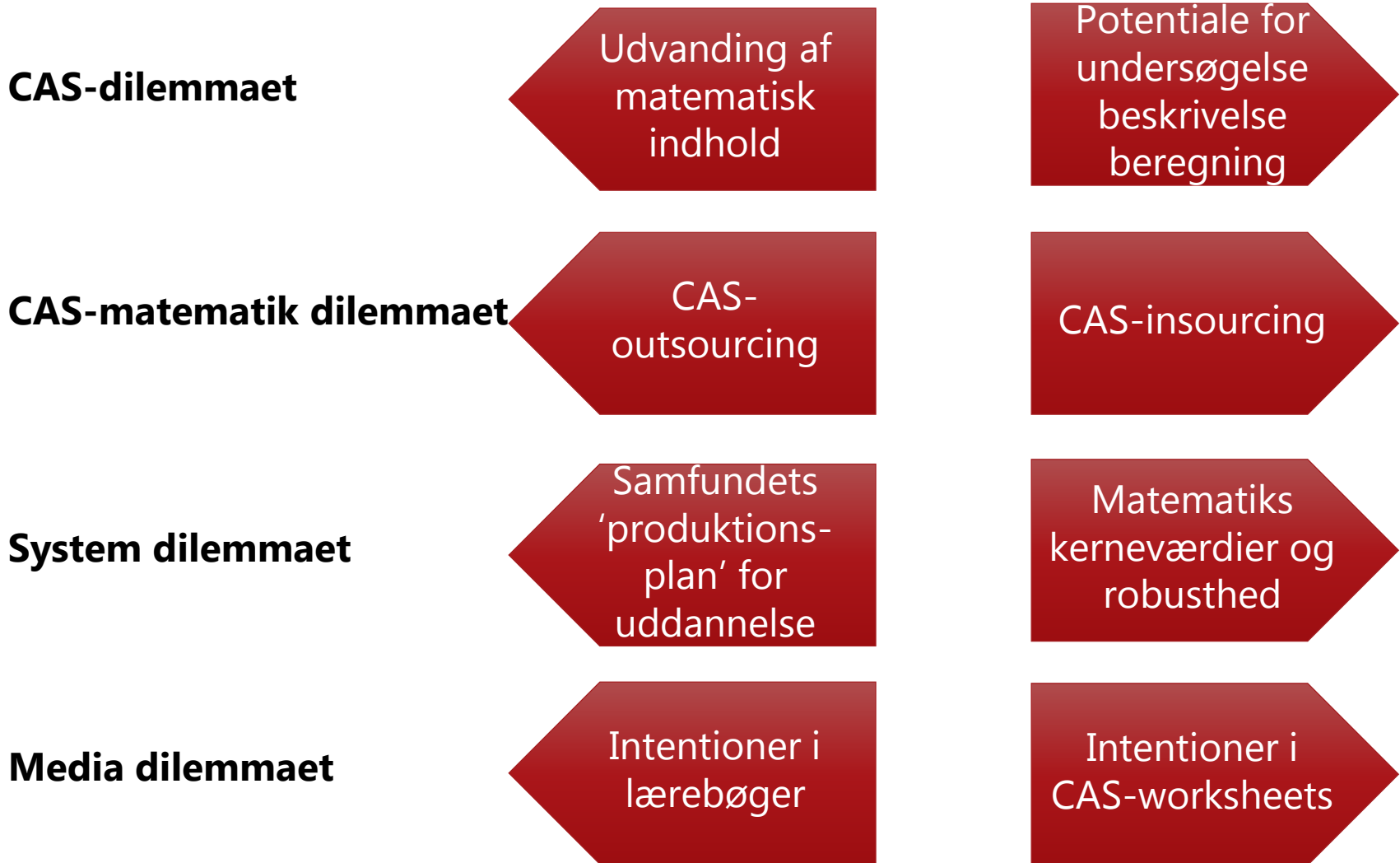
IT i matematikundervisningen := matematiksoftware

CAS - og mere generelt matematiksoftware - har fundamental indflydelse på matematikundervisningen.

- Er fuldstændigt indlejret i matematik
 - De bygger på matematik (softwaredesign)
 - De kommunikeres matematisk
 - De producerer matematik ("output")
 - De fortolkes vha. af (anden) matematik.
- De transformerer faget
 - Noget bliver trivielt eller forældet
 - Nye muligheder kommer til – nye matematiske dagsordener
 - - men også begrænsninger i forhold til mental matematik

Andre it-anvendelser er af mere generel natur, med matematikspecifikke versioner

Nogle dilemmaer som en lærer skal navigere i.



Hvad er problemet?

- Hvorfor er CAS potentialet ikke blevet realiseret set fra det overordnede perspektiv?
 - Kan den gode praksis opskaleres?

De fleste design er udviklet på baggrund af bestemte didaktiske modeller og udført af dedikerede lærere.

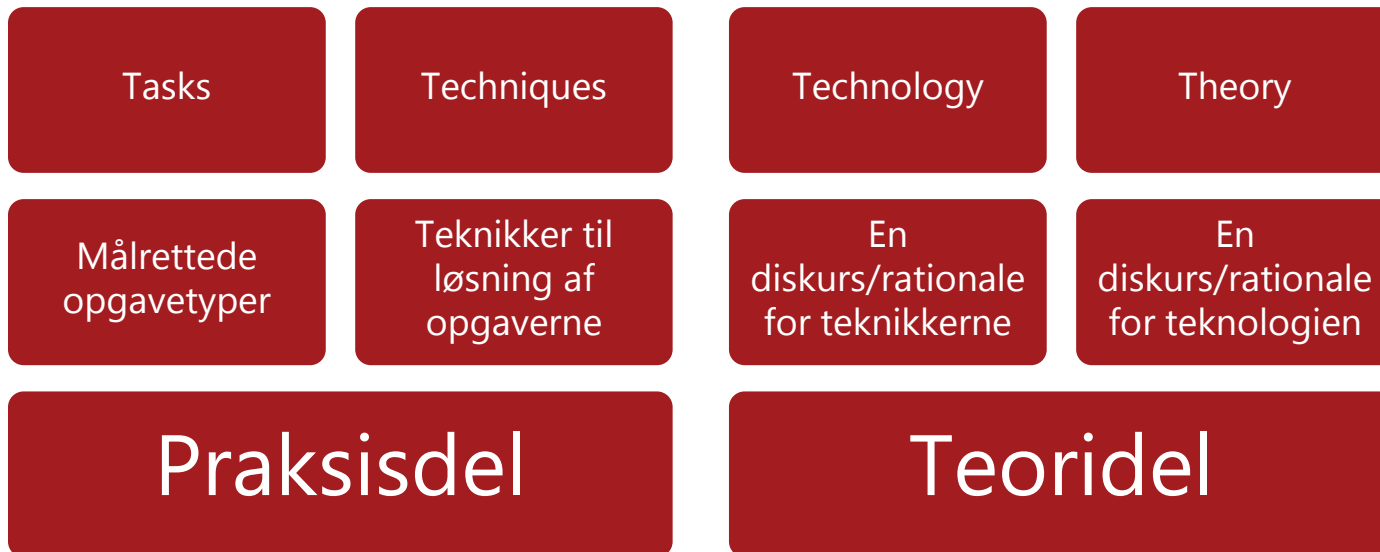
- Hvilke motiver og rationaler ligger bag den *almindelige lærers* beslutninger om brug/ikke-brug af digitale teknikker?
 - Standarder for hvordan de bruges?
 - Meninger og overbevisninger?
 - Teknologisk, pædagogisk og fagfaglig viden (TPACK)
- Hvad gør lærere rent faktisk?
- Kan man give retningslinjer for en diskurs om bonitet?

Out- og insourcete prakseologier

Henrik Bang, NG, Claus Larsen

Antropological Theory of Didactics

(Y. Chevallard) Matematik som målrettet menneskelig adfærd beskrives som udførelse af hverv og rationale for udførelsen. Der er fire komponenter i en sådan beskrivelse.



Praksis + logos = **Prakseologi**

To prakseologier for aritmetik

Traditionel prakseologi

- Blyant og papir aritmetik
- (Multiplikations)algoritme, hovedregning, (den lille tabel)
- Algoritmernes systematik og begrundelser
- Teori for integritetsområdet \mathbb{D} (regneområdet for endelige decimaltalsudviklinger)

Instrumenteret prakseologi

- Lommeregnerberegninger
- Indtastning af tal. Kald af relevant aritmetisk operator
- Lommeregnermanual. Regler for antal cifre ...
- Representation af tal i endeligt register. Fortolkninger af display. ...

ATD-forståelse af didaktiske processer (Y. Chevallard)

- Læreren er (virksomheds)leder af didaktiske processer
- Aktiviteter beskrives som prakseologier
- Målet for de didaktiske processer er tilvejebringelse af meningsfulde relationer mellem studerende og viden/udførelse i områder af matematikken ***inden for institutioner.***
- En institution defineres som en gruppe personer der er fælles om et system af prakseologier med en indbyrdes forbindelse (i.e. en skoleklasse og dens lærer)
- Uddannelsesmål for en given institution beskrives som *didaktiske transpositioner* af den (højeste) overordnede faglige indsigt ("civilisationens store matematikbog")

En institutions kerneaktiviteter

Behandling af opgavetyper med en prakseologi som giver **bedre uddannelsesudbytte** end konkurrerende prakseologier inden eller uden for institutionen.

'Bedre' i relation til

- **uddannelsesmål** for en specifik didaktisk transposition på et **bestemt trin i uddannelseskæden**

Betegnelsen er generel, men her med fokus på

- prakseologier med **instrumenterede teknikker** (Artique, 2002),
 - som anskues ud fra **pragmatisk/epistemisk values**.
 - ...

Resursetildeling

En *didaktisk virksomhed* er en institution hvis prakselogier sigter mod uddannelsesmål. Den *producerer læringsudbytte*. Læreren er *virksomhedsleder* og træffer *beslutninger om tildeling af resurser* med henblik på at *optimere produktionen*.

Outsourcing betyder at løse opgavetyper v.h.a. resurser fra en ekstern udbyder. Essensen af 'ekstern' er **slækkelse af** (eller ligefrem afkald på) **kontrol**.

Insourcing betyder intern resursetildeling, dvs. produktion af læringsudbytte v.h.a. prakselogier **med mulighed for kontrol**.

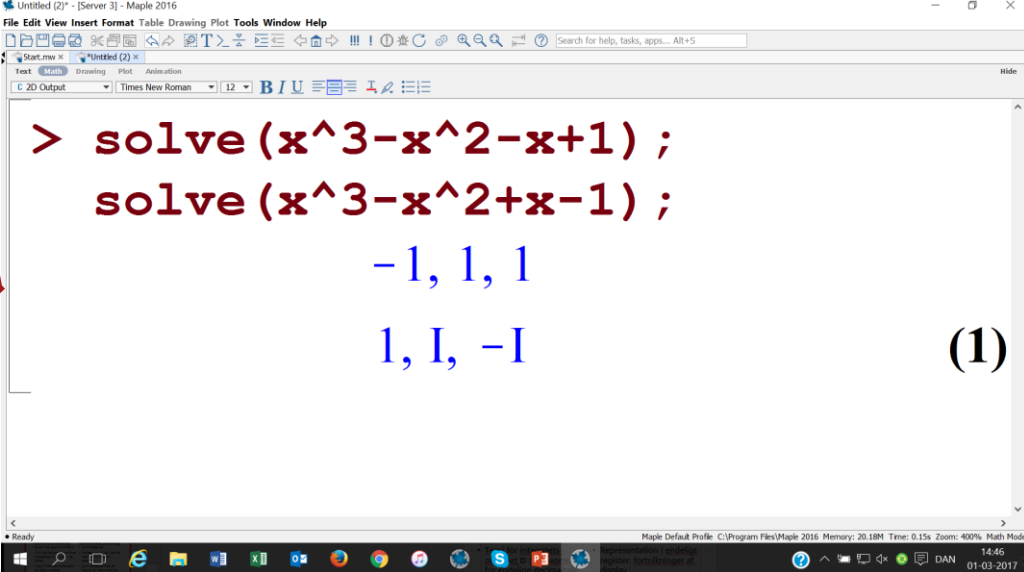
(*Backsourcing* betyder at resurser ændres fra eksterne til interne, fx for at genopnå kontrol.)

Tildelingsforløb

Løsning af
3.gradsligninger

**Didaktisk
virksomhed**

Prakseologi til
behandling af
Mapleoutput



```
> solve(x^3-x^2-x+1);  
solve(x^3-x^2+x-1);  
-1, 1, 1  
1, I, -I
```

(1)

Nogle prakseologier for aritmetik

Traditionel prakseologi

- Blyant og papir aritmetik
- (Multiplikations)algoritme
Hovedregning, (den lille tabel)
- Algoritmernes systematik og begrundelser
- Teori for integritetsområdet \mathbb{D} (regneområdet for endelige decimaltalsudviklinger)

Instrumenteret prakseologi

- Lommeregner
- Indtastning af tal. Kald af relevant aritmetisk operator
- Lommeregnermanual. Regler for decimalantal ...
- Representation i endeligt register. fortolkninger af display

Afgørende forskel: Afkald på kontrol

Eksempler på out- & insourcing

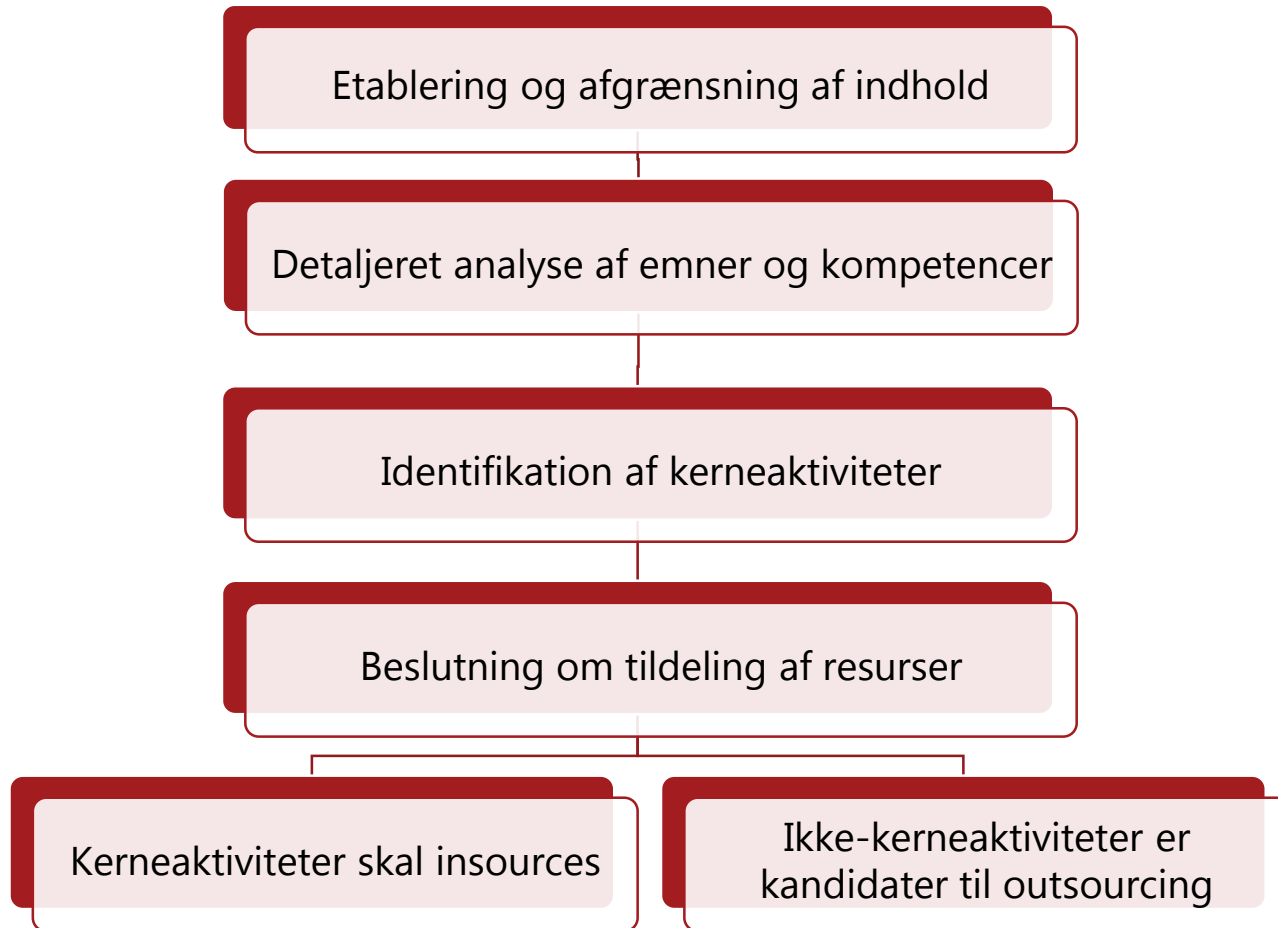
Ikke-instrumenteret outsourcing

- Brug af teknikker som hviler på formler, der ikke er udledt inden for institutionen
- Tilstrækkelige kriterier for ekstremum
- Decartes' regel
- Udenadslært fremgangsmåde.
- Domæneindsnævring (funktionsbrøker, baseret på talbrøker)
- Mange teknikker fra infinitesimalregning

Insourcing af instrumenterede teknikker

- Plot af velkendte funktionsklasser (fx lineære)
- Simple Excel-diagrammer ud fra overskuelige datasæt.
- ...

Strategisk planlægning



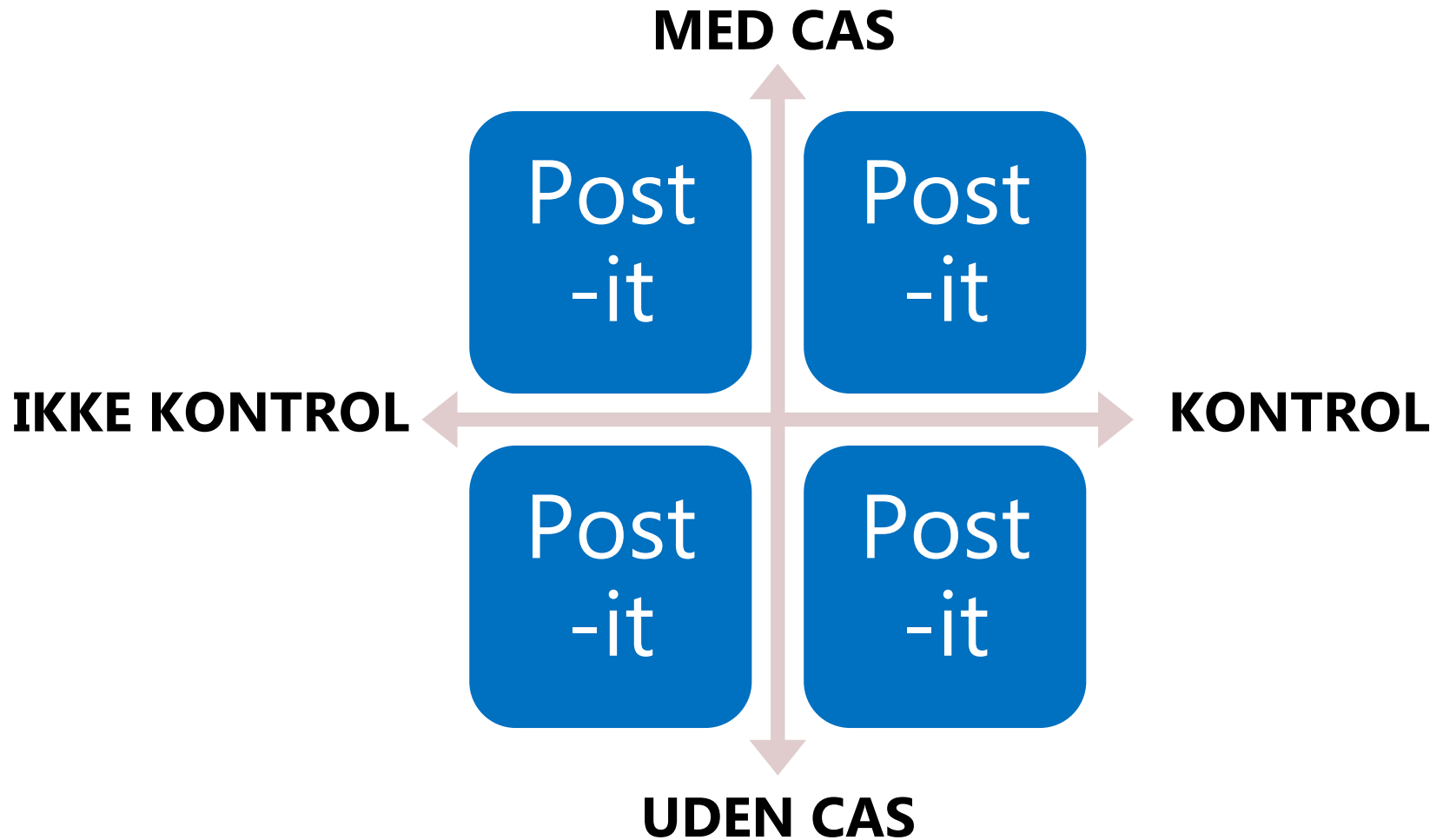
Hvad gør lærerne, og
hvordan begrundes
de det?

Interview af lærere

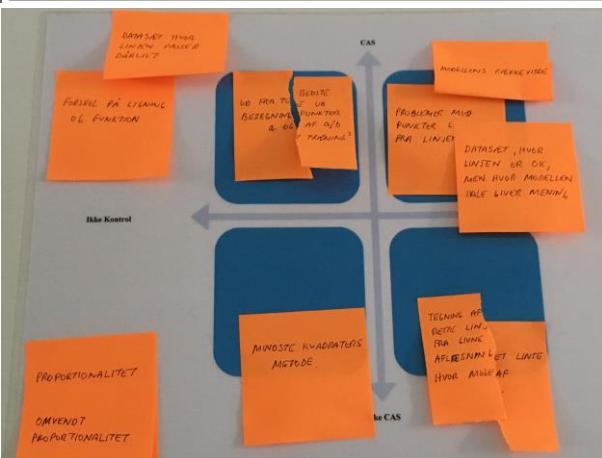
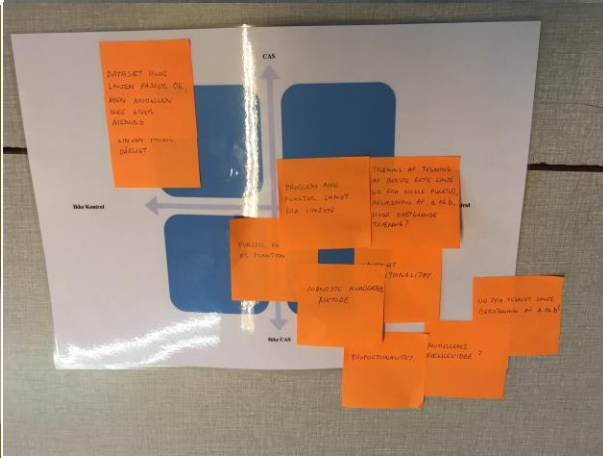
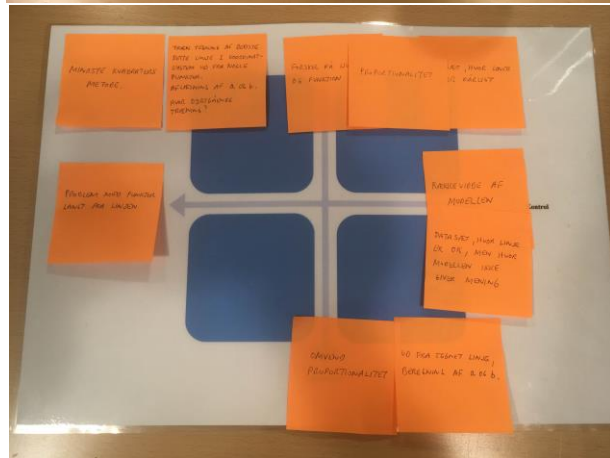
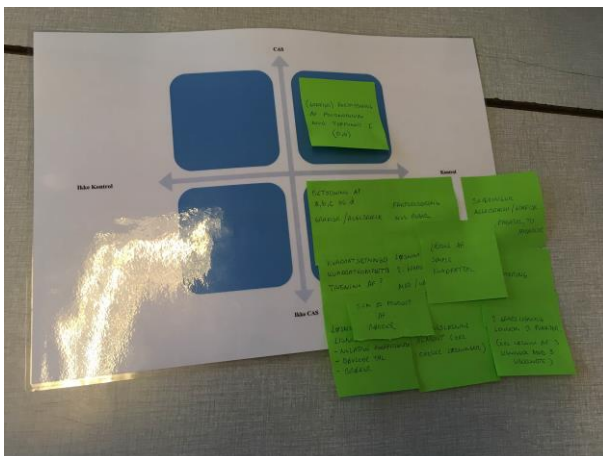
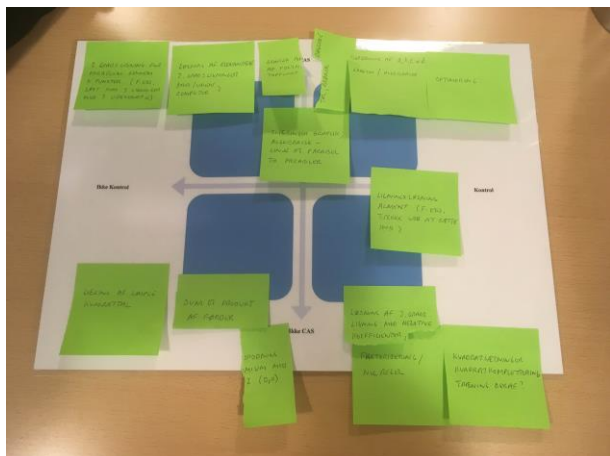
Tasks inden for 2. gradsligningen, 2. grads polynomium

- Betydning af a , b , c og d – grafisk/algebraisk, hvordan spiller de sammen?
- (Grafisk) forskydning af polynomium med toppunkt i $(0,0)$
- Faktorisering, nulregel.
- Kvadratsætninger, kvadratkomplettering, træning
- Løsning af elementære 2. gradsligninger med eller uden computer
- 2. gradsligning gennem 3 punkter (fx. løst ved 3 ligninger med 3 ubekendte)
- Løsning af 2. grads ligninger med negative koefficienter, bøvlede tal, brøker
- Ligningsløsning alment (f.eks. tjekke løsning ved at sætte ind)
- Skæringer grafisk, algebraisk – linje og parabel, to parabler.
- Sum og produkt af rødder
- ...

Post-it tavle



Eksempler på 'Post-it'



Lineær regression tidlig 1g

2. gradsligningen, 2. grads polynomium

Hvad betyder **kontrol**?

Dette er underlagt en fagforståelse

- I ATD-forstand: Giver teoriblokken kontrol af prakseologiens hensigtsmæssighed i forhold til standarder for dens *Tasks*?
- Matematik som menneskelig erkendelse og adfærd er enestående ved robuste begreber og en teori som tillader manipulationer under total kontrol
- I en konkret ATD-institutions prakseologier kan det tage sig meget forskelligt ud. Hvad er standarder for resultater af tasks? Kan det indenfor teoriblokken afgøres om
 - *der er regnet rigtigt? grafen er retvisende? ræsonnementet er godt nok? korrekt? fejlen er ubetydelig?*

Læreres eksempler på kontrol

- forståelse på dybt niveau
- robusthed (løsningsmetoder gælder under variation)
- man kan checke om løsninger er rigtige
- man kan rette egne fejl
- man kan stå på mål for resultatet (forklare ...)
- bevise anvendte sætninger
- åbne black-box: hvad foregår der inde i motoren?

Nogle foreløbelige observationer om udfyldelse af Post-it skemaet

- Stor diversitet (en slags fingeraftryk)
- Prakseologier kommer ufuldstændigt til udtryk i lærernes verbalisering af deres valg. Hvordan spiller fx elevernes mestring af værktøjerne ind?
- Strategisk planlægning meget afhængig af "den forestillede elev".
- Institutionen meget afgørende
 - regression i biologitimen vs. regression i matematiktimen
 - differentieret undervisning giver differentiation af prakseologier
- Meget tydeligt at værktøj og fag er tæt forbundne
- Lærerne synes det er et godt planlægningsværktøj.

TAK FOR
OPMÆRKSOMHEDEN